|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | |  |  |
|  | | **UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA**  **PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO** |  |
|  |  | | | |

**Implementação do algoritmo genético para resolver problemas de criptoaritmética.**

**Elias de Abreu Domingos da Silva**

**Uberlândia**

**2019**

**1. INTRODUÇÃO**

O presente trabalho tem como objetivo apresentar o algoritmo genético para resolução de problemas de criptoaritmética. No decorrer do trabalho será apresentado os testes realizados para tal solução com diversos paramentos de seleção, crossover e mutação.

**2. ALGORITMO PARA SOLUCIONAR O PROBLEMA (SEND+MORE=MONEY)**

O problema SEND+MORE=MONY é um exemplo de problema de criptoaritmética, o objetivo é atribuir um valor de 0 à 9 a cada uma das letras, não podendo repetir valores para letras diferentes e a mesma letra em locais distintos deve receber o mesmo valor. Ao atribuir os valores deve fazer soma e verificar se o resultado em número ao serem mapeados para as letras será MONEY. Para solucionar o problema foi desenvolvido um algoritmo genético com as seguintes especificações: indivíduo vetor de tamanho 10, criação da população inicial aleatório não permitindo repetições, tamanho da população de 100, taxa de crossover 80%, 50 gerações e método de mutação troca de duas posições do vetor.

Utilizando as especificações acima foram realizadas as implementações com os métodos de seleções: Roleta (com inversão pelo valor do pior indivíduo a cada geração), Torneio simples (Tour= 3) e Ranking linear. Os métodos implementados no crossover foram o crossover de parcialmente combinado (PMX) e o crossover cíclico. Na mutação foram realizados testes com 2%, 10% e 20%. Os métodos acima foram testados com reinserção da população ordenada e Reinserção pura com elitismo de 20%.

Com o objetivo de identificar as melhores configurações de cada etapa entre os métodos acima foram realizadas duzentas (200) execuções para cada uma das possiblidades e calculado a taxa de convergência (Total de execução que identificaram o resultado dividido pelo quantidade de execuções total) de cada uma delas. A linguagem para

**2.1 Taxa de mutação 2%**

As tabelas abaixo apresenta os resultados aplicados a taxa de mutação 2% e com reinserção ordenada da população, método que pega os melhores entre pais e filhos.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Crossover Cíclico** | | |
| **Método de Seleção** | **Convergência** | **Tempo** |
| Torneio simples | 34.5% | 1 min20s |
| Rank Linear | 32% | 47s |
| Roleta | 38.5% | 56s |
| **Crossover PMX** | | |
| **Método de Seleção** | **Convergência** | **Tempo** |
| Torneio simples | 65.5 | 54s |
| Rank Linear | 74.5% | 42 s |
| Roleta | 72.5% | 59s |

Os resultados com a mesma taxa de mutação (2%) como o método de reinserção pura com elitismo de 20%, método que a cada geração passa para a próxima com os 80 filhos (taxa de crossover 0.8) e como 20 pais.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Crossover Cíclico** | | |
| **Método de Seleção** | **Convergência** | **Tempo** |
| Torneio simples | 32% | 1 min 27 s |
| Rank Linear | 34.5% | 51s |
| Roleta | 42% | 52s |
| **Crossover PMX** | | |
| **Método de Seleção** | **Convergência** | **Tempo** |
| Torneio simples | 65.5 | 57 s |
| Rank Linear | 75.5% | 56 s |
| Roleta | 87.5 | 45s |

**2.2 Taxa de mutação 10%**

As tabelas abaixo apresenta os resultados aplicados a taxa de mutação 10% e com reinserção ordenada da população, método que pega os melhores entre pais e filhos.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Crossover Cíclico** | | |
| **Método de Seleção** | **Taxa de Convergência** | **Tempo** |
| Torneio simples | 46.5 | 1 min 16s |
| Rank Linear | 54% | 55s |
| Roleta | 52% | 59s |
| **Crossover PMX** | | |
| **Método de Seleção** | **Convergência** | **Tempo** |
| Torneio simples | 68.5 | 49s |
| Rank Linear | 76% | 35 s |
| Roleta | 75.5% | 1 min 1s |

Os resultados com a mesma taxa de mutação (10%) como o método de reinserção pura com elitismo de 20%, método que a cada geração passa para a próxima com os 80 filhos (taxa de crossover 0.8) e como 20 pais.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Crossover Cíclico** | | |
| **Método de Seleção** | **Convergência** | **Tempo** |
| Torneio simples | 52.5% | 1 min 24s |
| Rank Linear | 62.5% | 1 min 30s |
| Roleta | 75.5 | 57s |
| **Crossover PMX** | | |
| **Método de Seleção** | **Convergência** | **Tempo** |
| Torneio simples | 79.5 | 1 min 3s |
| Rank Linear | 82.5% | 1 min 14s |
| Roleta | 89.5 | 47s |

**2.2 Taxa de mutação 20%**

As tabelas abaixo apresenta os resultados aplicados a taxa de mutação 10% e com reinserção ordenada da população, método que pega os melhores entre pais e filhos.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Crossover Cíclico** | | |
| **Método de Seleção** | **Taxa de Convergência** | **Tempo** |
| Torneio simples | 59% | 1min 1s |
| Rank Linear | 66% | 59s |
| Roleta | 63% | 58s |
| **Crossover PMX** | | |
| **Método de Seleção** | **Convergência** | **Tempo** |
| Torneio simples | 73% | 57s |
| Rank Linear | 79% | 45s |
| Roleta | 72.5 | 1 min 3s |

Os resultados com a mesma taxa de mutação (10%) como o método de reinserção pura com elitismo de 20%, método que a cada geração passa para a próxima com os 80 filhos (taxa de crossover 0.8) e como 20 pais.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Crossover Cíclico** | | |
| **Método de Seleção** | **Convergência** | **Tempo** |
| Torneio simples | 73.5% | 2 min 1s |
| Rank Linear | 81% | 1 min 54s |
| Roleta | 82% | 1 min 33s |
| **Crossover PMX** | | |
| **Método de Seleção** | **Convergência** | **Tempo** |
| Torneio simples | 80.5 | 1 min 44 |
| Rank Linear | 84% | 1 min 50s |
| Roleta | 82.5 | 1 min 27s |

**3. ETAPA 2**

Após o fim dos experimentos anteriores notou-se que a melhor configuração obtida na fase anterior foi com o método de seleção roleta (investida pelo pior valor), método de crossover PMX, mutação 10% e a forma de reinserção pura com elitismo de 20%, a qual teve um desempenho médio de 47 segundos para as 200 execuções e obtendo uma taxa de convergência de 89.5%.

Desta forma tal configuração foi selecionada para prosseguir com o trabalho, tendo em vista que a taxa de convergência com maiores índices de acertos e o tempo de execução foi relativamente baixo em comparação com as outras configuração que obtiveram resultados próximos, exemplo a configuração com o método de seleção Rannk Linear, crossover PMX e reinserção pura com elitismo de 20% a qual obteve uma taxa de convergência de 84%, mas com o tempo de 1 minuto e 50 segundos para as 200 execuções.

**3.1 Variações nos Números de Gerações**

Com a finalidade de obter melhores resultados foram realizadas algumas alterações no número de gerações, foram realizados com 20,40,60,100 e 200, cada configuração foi testada 5 vezes com 200 execuções e ao fim calculado a média. A tabela a seguir apresenta os resultados obtidos:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Número de gerações | Taxa de convergência | Tempo (200 execuções) |
| 20 | 51,5% | 34,2 segundos |
| 40 | 85,9% | 44 segundos |
| 60 | 91,7% | 46,8 segundos |
| 70 | 91,9% | 46 segundos |
| 100 | 91% | 46,8 segundos |
| 200 | 90.5% | 50 segundos |

Observando os resultados acima identificou-se que ao diminuir os números de gerações o tempo é reduzido, porém a taxa de convergência tem uma baixa considerável, deste modo os experimentos com o número abaixo de 50 gerações (experimento inicial) não são relevantes para o problema, mesmo diminuindo o tempo de execução. Por outro lado ao passo que aumenta, em quantidades não tão altas, o número de gerações a taxa de convergência adquiriu melhora e o tempo conservou-se, no primeiro experimento (com 50 gerações) a taxa de convergência média foi de 89,5 com 47 segundos de execução, com as novos números a convergência chegou a 91,9 com 46 segundos.

Outra observação importante é quando há um aumento considerável no número de gerações, exemplo os testes com 100 e 200, a taxa de convergência ficou aparelhada com as com 60 e 70 gerações, porém existindo a possibilidade de aumento em alguns segundos no tempo de execução. Por fim, analisando os resultados notou-se que para o problema proposto o número de 70 gerações obteve melhores índices.

**3.2 Repetições de Pais no mesmo Crossover**

A implementação da primeira parte do trabalho há a possibilidade de repetição do mesmo pai na operação de crossover, desta forma caso entre indivíduo repetido na operação gerará dois filhos idênticos ao pai. Para avaliar se é pertinente evitar a repetição foram realizadas novas configurações no algoritmo genético, os experimentos foram realizados com as configurações consideradas mais pertinentes na primeira etapa, modificando apenas quantidade de gerações de 50 para 70 por motivo dos resultados da seção anterior.

Após a referida configuração foram realizados dez (10) novos testes e calculado a média, os resultados obtidos foram os seguintes:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Taxa de Convergência | Tempo de Execução |
| Roleta com Repetições | 91,9 | 46 segundos |
| Roleta sem Repetições | 92,1 | 51,5 segundos |
| Roleta com três Tentativa | 90,8 | 48,2 segundos |

A tabela acima mostra que eliminando a repetição teve um pequeno aumento na taxa de convergência, porém a execução também teve um aumento, desta forma foi realizado uma nova configuração com o objetivo de verificar apenas três (3) vezes se é o mesmo indivíduo que foi selecionado, essa implementação evita que o laço de repetição fique em busca de um novo indivíduo por muito tempo, o resultado é apresentado na terceira linha.

**3.3 Aplicação de dois Métodos de Seleção Diferentes**

Com base na análise dos resultados obtidos na primeira etapa foi observado que alguns métodos de seleção têm uma pressão seletiva maior enquanto outros têm a pressão seletiva menor, por esse motivo foram realizados experimentos utilizando dois métodos de seleção diferentes, um para o primeiro pai outro para o segundo pai, com o objetivo de obter uma pressão seletiva mediana. As configurações utilizadas foram: população de 100, 70 gerações, crossover PMX, mutação 10%, reinserção pura com elitismo de 20% e com três tentativas de selecionar indivíduos diferentes.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Métodos de seleção | Taxa de convergência | Tempo |
| Roleta com Torneio Simples | 82,2 | 1 min 2 45 segundos |
| Roleta com Rank Linear | 88,6 | 47,2 segundos |

Com base nos resultados obtidos identificou-se que a combinação de métodos de seleção para o problema SEND+MORE=MONY não impulsionou melhoras, desta forma não prosseguimos com essa configuração.

**3.4 Variações no Tamanho da População**

Os experimentos realizados até este ponto do trabalho foram realizados com o tamanho da população com 100 indivíduos, com a finalidade de buscar novas configurações relevantes foram executados novos testes com os tamanhos de população de 20,50,80,100,120,150,180.

As configurações utilizadas foram: 70 gerações, método de seleção Roleta (investida pelo valor do pior indivíduo), taxa de crossover 0.8, crossover PMX, mutação 10%, reinserção pura com elitismo de 20% e com três tentativas de selecionar indivíduos diferentes. Os resultados são apresentados abaixo.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Tamanho da População | Taxa de Convergência | Tempo |
| 20 | 89,3 | 44,2 segundos |
| 50 | 90,4 | 42,6 segundos |
| 80 | 91,1 | 44,2 segundos |
| 100 | 91 | 44,4 segundos |
| 120 | 92,1 | 48,4 segundos |
| 150 | 91,7 | 49,4 segundos |
| 180 | 90,9 | 49,6 segundos |

Os resultados mostram que o tamanho da população afeta em pequenas frações na taxa de convergência e no tempo, identifica-se que com o aumento do tamanho o tempo de execução também aumenta. Como os indivíduos são formados de números aleatórios a variação em pequenas quantidades é esperada, desta forma iremos prosseguir, mesmo com um pequeno aumento no tempo, com o tamanho da população com 120, o qual obteve uma pequena vantagem na taxa de convergência.

**3.5 Taxa de Crossover e Reinserção com Elitismo**

A taxa de crossover, responsável para identificar a quantidade de filhos a cada geração, foi implementada em todos os experimentos com 80%, esta parte do trabalho destina-se a realizar novos experimentos realizando alterações na taxa de crossover em consequência na taxa de reinserção pura com elitismo, a soma das duas taxas deve ser igual a 100%.

As configurações utilizadas foram: população de 120 indivíduos, 70 gerações, método de seleção Roleta (investida pelo valor do pior indivíduo), crossover PMX, mutação 10%. Os resultados são apresentados na tabela abaixo.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Taxa de Crossover | Reinserção | Convergência | Tempo |
| 50% | 50% | 85,5% | 39,8 segundos |
| 70% | 30% | 89,3 | 39,4 segundos |
| 90% | 10% | 89,2 | 1 min e 34 segundos |

Analisando os dados acima constata que entre os parâmetros testados a melhor configuração para o problema proposto é a implementação inicial, taxa de crossover 80% e reinserção com elitismo 20%, a qual obteve resultado de 92,1 de convergência com 48,4 segundos.

**3.6 Crossover ORDER (OX)**

O operador OX produz dois indivíduos filhos utilizando uma subsequência dos indivíduos pais. No exemplo abaixo, o Filho 1 recebe a subsequência do Pai 2 enquanto o Filho 2 recebe a subsequência do Pai 1. Após receber a subsequência, as outras posições dos vetores filhos são preenchidas com relação aos seus respectivos pais. Caso um elemento do pai já estiver no vetor do filho, o próximo elemento do vetor pai será considerado, respeitando a ordem em que aparece no indivíduo (DORNAS et al., 2017).

Colocar imagem...

O método de crossover foi aplicado ao problema com as configurações descritas na seção 3.4 - população de 120, 70 gerações, método de seleção Roleta (investida pelo valor do pior indivíduo), taxa de crossover 0.8, mutação 10%, reinserção pura com elitismo de 20% e com três tentativas de selecionar indivíduos diferentes. O resultado é apresentado abaixo:

|  |  |
| --- | --- |
| Taxa de convergência | Tempo |
| 83,5% | 1 min 53 segundos |

Nos experimentos realizados o operador OX obteve resultados inferiores ao operador PMX, o qual com as mesmas configurações alcançou uma taxa de convergência de 92,1% com o tempo de 48,4 segundos.

**3.7 Taxa de mutação**

Na primeira etapa foram realizados testes com a taxa de mutação de 2%, 10% e 20%, os melhores resultados foram com 10% (89.5% de convergência) e 20% (82.5%), ambos com o método de reinserção com elitismo de 20%. Com a finalidade de obter melhores resultados foram realizados novas execuções com a taxa de convergência de 15% (médias das duas melhores), os resultados foram 88.5% com o tempo de 1 minuto e 6 segundos, sendo inferior ao de 10%.

**3.8 Verificação antes de aplicar a mutação**

O algoritmo executado nas seções anteriores não verifica se o indivíduo é o resultado antes de aplicar a mutação, por este motivo foi realizado uma nova configuração para que antes de fazer a mutação verificar se ele é ou não o resultado, caso seja o resultado a execução terminará e incrementará a contagem de convergido, ao contrário será executado a mutação. O resultado alcançou uma taxa de convergência de 99% com o tempo de 48,2 segundos, em comparação com o resultado anterior de 92,1 em 48,8 segundos, desta forma a configuração será mantida nas próximas etapas.

**5. CONCLUSÕES**

**REFERÊNCIAS**

A.J. Umbarkar1 e P.D. Sheth. **Crossover Operators in Genetic Algorithms: A Review**. International Journal of Computer Applications, 2017. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/288749263\_CROSSOVER\_OPERATORS\_IN\_GENETIC\_ALGORITHMS\_A\_REVIEW. Acessado em: 27 de setembro de 2020.

DORNAS et al. Algoritmo genético para o Problema de Dimensionamento de Lotes Multi-item Capacitado. XIII Brazilian Congress on Computational Intelligence, Rio de Janeiro, Brazil from 30 October to 1 November 2017.

EWINS, D. J. Modal Testing: Theory and Practice, Research Studies Press, Taunton, England, 1984.

MAIA, N. N. M.; SILVA J. M. M. Theoretical and Experimental Modal Analysis. Research Studies Press, Taunton, England, 1997.

MURPHY, GLENN. **Similitude in Engineering**. New York: Ronald Press, 1950.